COLEGIUL NAȚIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN

CONCURSUL DE MATEMATICĂ MIRCEA GANGA

EDIȚIA A X-A

BLAJ, 11 MAI 2018

romania2019.eu

CLASA a XII-a

Subiectul I.

Fie $a \in \mathbb{R}$. Să se rezolve ecuația: $z^4 + az - 12 = 0$, știind că are o rădăcină din $\mathbb{C} - \mathbb{R}$, a cărei parte reală este 1. Aflați a.

Problema 3520, GM 7/ 1926, Th. Angheluță

Subiectul II.

Să se determine funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, de două ori derivabile pe $\mathbb{R}$ ce verifică relația:

$$f''(x) - 4038f'(x) + 2019^2 f(x) = x,\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

Subiectul III.

În corpul $(K, +, \cdot)$ comutativ, cu elementul unitate 1 și 1+1=2, 1+1+1=3, se consideră elementele x, y, z diferite de -1, cu $xyz = 1$.

Să se arate că dacă $(x+1)^{-1} + (y+1)^{-1} + (z+1)^{-1} = 3 \cdot 2^{-1}$, atunci unul dintre elementele x, y, z este egal 1.

Subiectul IV.

Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă. Să se arate că f este funcţie impară dacă şi numai dacă are loc egalitatea

$$\int_{-x}^{x} f(t)dt - 2\int_{-2x}^{2x} f(t)dt + \int_{-4x}^{4x} f(t)dt = 0,$$

pentru orice număr real x.