COLEGIUL NAȚIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN
CONCURSUL DE MATEMATICĂ MIRCEA GANGA
EDIȚIA A X-A
BLAJ, 11 MAI 2018

romania2019.eu

CLASA a IX-a

Subiectul I.

Să se determine numerele reale $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dacă

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{2} = \sqrt{x_1 - 1^2} + 2\sqrt{x_2 - 2^2} + \cdots + n\sqrt{x_n - n^2}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul II.

Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele $P \in (AB), Q \in (BC), R \in (DC)$ *și* $S \in (AD)$. Demonstrați că $PQRS$ este paralelogram dacă și numai dacă $AP = CR$ *și* $BQ = DS$.

Subiectul III.

În exteriorul triunghiului ABC se construiesc pătratele $ABMN$ *și* $BCQP$. Notăm cu O_1 centrul pătratului $ABMN$, cu O_2 centrul pătratului $BCQP$, mijlocul laturii AC cu K, iar mijlocul segmentului MP cu L. Să se demonstreze că O_1LO_2K este pătrat.

problema 4672 GM5/1961 pregătire olimpiadă U.R.S.S

Subiectul IV.

Fie $a \geq 0$. Rezolvați în $[0, \infty)$ și discutați ecuația $x = \left[\sqrt{2}[x] + a\right]$ în funcție de parametrul real a, unde $[x]$ este partea întreagă a lui x.