COLEGIUL NAȚIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN
CONCURSUL DE MATEMATICĂ MIRCEA GANGA
EDIȚIA A IX-A
BLAJ, 12 MAI 2018

ROMÂNIA

CONCURSUL DE MATEMATICĂ „MIRCEA GANGA”

CLASA a IX-a

Subiectul I.

Se consideră sistemul, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} a = 13 - 2\sqrt{bc} \\ b = 2\sqrt{ac} - 11 \\ c = 2\sqrt{ab} - 2 \end{cases}$$

a) Demonstrați că *a*, *b*, *c* sunt pozitive.
b) Rezolvați sistemul.

Subiectul II.

Fie $x, y, z \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$; arătați că $\frac{x(x+y)}{2x^2+xy+y^2} + \frac{y(y+z)}{2y^2+yz+z^2} + \frac{z(x+z)}{2z^2+xz+x^2} < 3.$

Subiectul III.

Se consideră paralelogramul *ABCD* și punctele *M* și *N* astfel încât $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{n}\overrightarrow{CD}$ și $\overrightarrow{DN} = \frac{n}{n+3}\overrightarrow{DM}$, $n \in \mathbb{N}, n > 3$. Arătați că *A*, *N*, *C* sunt coliniare.

Subiectul IV.

Dacă $\frac{sinx}{c_0} = \frac{\sin(x+a)}{c_1} = \frac{\sin(x+2a)}{c_2} = \frac{\sin(x+3a)}{c_3}$, cu $c_i \neq 0$, $i = \overline{0,3}$, $a \in \mathbb{R}$ și $x + a, x + 2a \notin \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, atunci arătați că rezultă relația $\frac{c_0+c_2}{c_1} = \frac{c_1+c_3}{c_2}$.

Problema 171, GM 8/1950, Dan G. Ionescu