COLEGIUL NATIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN BLAJ

CONSILIUL JUDETEAN ALBA

CONCURSUL DE MATEMATICA MIRCEA GANGA

Editia a VII-a

BLAJ, 7 Mai 2016

CONCURSUL DE MATEMATICĂ ”MIRCEA GANGA”

Subiect – CLASA a XI-a

Subiectul I.

Se dă matricea $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$. Să se găsească matricele coloană $X=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$ pentru care avem $AX=\lambda X$ (unde λ este un număr real).

N. Teodorescu, P 8743/GM 2-1968

Subiectul II.

Se consideră şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dat de $x_{n+1}=\dfrac{x_n^2+2x_n+2016}{x_n+2}$, $x_0>0$.

a) Studiaţi monotonia şi mărginirea şirului.

b) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$

Subiectul III.

Fie $f:\mathbb{R}\to(-\infty;1)$ şi $g:\mathbb{R}\to(1;+\infty)$ două funcţii continue. Să se demonstreze că, dacă există $x_1,x_2\in(0;+\infty)$, $x_1<x_2$ astfel încât $f(x_1)=x_1$ şi $g(x_2)=x_2$, atunci există cel puţin un punct $x_3\in(x_1;x_2)$ cu $f(x_3)\cdot g(x_3)=x_3$.

Titu Andreescu, P 17545/GM 12-1978

Subiectul IV.

Să se determine $n\in\mathbb{N}^*$ şi matricile inversabile $A\in M_n(\mathbb{C})$ pentru care $\left(A^*\right)^*=A^*$, unde A^* este adjuncta matricei A.