COLEGIUL NATIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN BLAJ
CONSILIUL JUDETEAN ALBA
CONCURSUL DE MATEMATICA
MIRCEA GANGA
Editia a VII-a

CONCURSUL DE MATEMATICĂ ”MIRCEA GANGA”

Subiect – CLASA a IX-a

Subiectul I.

Rezolvați ecuația

$$\left[\frac{m^2x-1}{2}\right]=\frac{2x+1}{5}$$

știind că m este număr întreg ($[a]$ reprezintă partea întreagă a lui a).

Problema 8836, GM 4 – 1966, D. Ene, Bucureşti

Subiectul II.

a) Să se demonstreze că $\sqrt{x^2+y^2} \geq \frac{y+y}{\sqrt{2}}, \forall\, x, y > 0$

b) Să se demonstreze că $|1-x| + |1+x| \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

c) Fie $n \epsilon \mathbb{N}^*$ fixat şi $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$ numere reale arbitrare cu $a_{n+1} = a_1$.
Arătaţi că avem inegalitatea:

$$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{(1-a_k)^2+(1+a_{k+1})^2} \geq n\sqrt{2}$$

Subiectul III.

Se dă un pătrat ABCD. Pe laturile BC şi CD se iau respectiv punctele M şi N aşa ca unghiul MAN să fie de 45°. Pe BC, în sensul BC, se ia un punct P aşa ca BM să fie egal cu CP.
Să se demonstreze că: BP·DN = AB·CM

Problema 3414, GM 9/1925
Colonel Gh. Buicliu

Subiectul IV.

Fie ΔABC cu AB=6, BC=2 şi $AC=\sqrt{22}$.

a) Demonstraţi că mediana din A, bisectoarea din B şi înălţimea din C sunt concurente.

b) Dacă S este punctul de concurenţă de la subpunctul a), exprimaţi $\overrightarrow{CS}$ în funcţie de $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.