COLEGIUL NAȚIONAL INOCHENTIE MICU CLAIN BLAJ
CONCURSUL DE MATEMATICA
MIRCEA GANGA
Editia I
BLAJ, 8 MAI 2010

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

CONCURSUL DE MATEMATICĂ „MIRCEA GANGA”

CLASA a XI-a

1. Se consideră șirurile $(a_n)_{n\geq 0}$ și $(b_n)_{n\geq 0}$ date prin relațiile de recurență

$$a_{n+1} = a_n + 2b_n, \qquad n \geq 1,\ a_0 = 1$$
$$b_{n+1} = 4b_n - a_n, \qquad n \geq 1,\ b_0 = 2$$

a) Să se determine termenii generali ai celor două șiruri.

b) Să se calculeze

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$$

(Mircea Ganga)

2. Să se rezolve ecuația în **C** :

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \dots & x^{n-1} & x^n \\ x & x^2 & x^3 \dots & x^n & 1 \\ x^2 & x^3 & x^4 \dots & 1 & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x^{n-1} & x^n & 1 \dots & x^{n-3} & x^{n-2} \\ x^n & 1 & x \dots & x^{n-2} & x^{n-1} \end{vmatrix} = 0$$

(problema G.M. 3/1898, B. Ionescu)

3. Fie $a \in (0,\infty)$ un număr dat. Definim șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin $x_0 > 0, x_{n+1} = x_n + \frac{a}{x_n}, n \geq 0.$

Să se calculeze

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$$

(prof. univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu)

4. Demonstrați că oricare ar fi $A \in M_n(\boldsymbol{C})$ (deci de orice rang) se poate scrie ca suma a două matrici inversabile B și C din $M_n(\boldsymbol{C})$.

(prof. Romanța și Ioan Ghiță, Blaj)

Notă

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect este punctat cu 7 puncte.